

1. Vizualna razina (*aritmetičko – grafička razina*)

Početna razina razvoja pojma kvadratne funkcije. Učenici su svjesni postojanja pojma kvadratne funkcije, ali ne uočavaju specifična svojstva. Prepoznaju opću kvadratnu funkciju zadanu grafički i pravilom pridruživanja, a osnovnu kvadratnu funkciju i tablično. Učenici mogu riječima opisati pravila pridruživanja, primjerice: „pomnožim varijablu samu sa sobom“ ili „ulaz kvadriram kako bih dobio izlaz“. Koriste osnovni funkcijski jezik, npr. varijabla, vrijednosti funkcije, graf i pravilo pridruživanja.

Razrada:

Uvod u prikaze kvadratne funkcije:
<ul style="list-style-type: none"> • Funkcijski stroj (uputa dana verbalno i algebarskim izrazom); • Pridruživanje (naglasak na domenu i kodomenu) prikazano Vennovim dijagramima i dva paralelno postavljena brojevnja pravca; • Tablica pridruženih vrijednosti i uređeni parovi;
Graf kvadratne funkcije:
<ul style="list-style-type: none"> • Lokalna razina: prikazivanje i očitavanje točaka; • Globalna razina: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblik grafa kvadratne funkcije (riječima: parabola); ▪ Razina prepoznavanja grafa funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$ (bez određivanja formule) ▪ Utjecaj predznaka vodećeg koeficijenta a na izgled grafa;
Ulaz u simbolički prikaz kvadratne funkcije:
<ul style="list-style-type: none"> • Prepoznavanje pravila pridruživanja $f(x) = ax^2 + bx + c$ kao kvadratnog; • Povezivanje pravila pridruživanja $f(x) = ax^2 + bx + c$ s odgovarajućom tablicom vrijednosti i obratno;
Definicija kvadratne funkcije: diskusija oko domene (Vennovi dijagrami i verbalno) i pravila pridruživanja;
Primjena kvadratne funkcije u realnom kontekstu:
<ul style="list-style-type: none"> • Aktivnosti očitavanja podataka iz tablica pridruženih vrijednosti i grafa; • Aktivnosti izračunavanja vrijednosti kad je funkcija zadan pravilom pridruživanja;

2. Operacijska razina (grafičko – algebarska razina)

Razinu karakterizira prelazak na simbolički zapis funkcije, te vršenje operacija s pravilima pridruživanja kvadratne funkcije. Učenici su upoznati s različitim oblicima zapisa pravila pridruživanja kvadratne funkcije i u mogućnosti su ih koristiti. Također, u mogućnosti su izvesti standardne proceduralne zadatke, uključujući prevođenje funkcije iz zadanog prikaza u traženi. Učenici upoznaju osnovne pojmove (npr. tjeme, nultočke, presjek s y-osi) i svojstva (npr. simetričnost). Na ovoj razini se još ne uspostavlja veza među pojmovima i svojstvima.

Razrada:

Procedure povezane s konceptima i značenjem (jednokoračni zadatci):
<ul style="list-style-type: none">• Uvođenje pojmova: tjeme, nultočka, presjek s y-osi (zadano algebarski, grafički i tablično);• Uvođenje svojstva: parnost, simetričnost;• Uvođenje različitih zapisa jednadžbe kvadratne funkcije: tjemeni i faktorizirani oblik i njihova poveznica s grafičkim prikazom;• Zadani prikaz kvadratne funkcije (npr. $f(x) = ax^2 + bx + c$) prevesti u traženi oblik (npr. graf funkcije);
Primjena kvadratne funkcije:
<ul style="list-style-type: none">• Aktivnosti određivanja npr. maksimalnog profita li minimalne potrošnje kada je zadana funkcija;

3. Manipulacijsko-generalizacijska razina (*algebarsko – geometrijska razina*)

Učenici uspostavljaju vezu među svojstvima kvadratne funkcije. Promatraju kvadratnu funkciju kao objekt, radi čega su u mogućnosti uočavati i primjenjivati svojstva poput utjecaja koeficijenata na izgled grafa funkcije te transformacije grafa. Učenici koriste neformalnu dedukciju prilikom odabira i obrazlaganja koraka u procesu rješavanja matematičkog problema. U mogućnosti su izložiti smislenu definiciju funkcije i povezati je s karakterističnom kvadratnom promjenom.

Razrada:

Proceduralno – konceptualno razumijevanje (višekoračni zadatci):
<ul style="list-style-type: none">• Grafička interpretacija koeficijenta kvadratne funkcije (preteča transformacija);• Transformacije grafa kvadratne funkcije;• Algebarske manipulacije sa svrhom dobivanja različitih pravila pridruživanja: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ i $f(x) = a(x - p)^2 + q$.• Primjena svojstva i odgovarajućeg oblika pravila pridruživanja kvadratne funkcije;• Obrazlaganje odgovora i odabira procedura;• Verbalno opisivanje ponašanja grafa funkcije u beskonačnosti;
Primjena kvadratne funkcije:
<ul style="list-style-type: none">• Aktivnosti prevođenja verbalne informacije u simboličku;• Aktivnosti modeliranja kvadratnom funkcijom;

4. Razina diferencijalnog i integralnog računa

Funkcija je objekt pomoću kojeg je moguće opisati pojave (kao promjene), koristeći odgovarajuća svojstva funkcija. Uvodi se pojam derivacije kao brzine promjene. Uvodi se pojam integrala kao antiderivacije, odnosno ukupne promjene. Računa sa i interpretira derivacija funkcije u točki, te se primjenjuje integral.

Razrada:

Računanje i interpretacija derivacije (brzina promjene) kod kvadratne funkcije:
<ul style="list-style-type: none">• Brzina promjene je linearna funkcija, primjerice kod jednoliko ubranog/usporednog gibanja;
Računanje i interpretacija neodređenog i određenog integrala

5. Razina matematičke analize

Matematički strogo zasnivanje pojma funkcije i ostalih vezanih pojmova. Fakultetska razina.