



Rezultat testiranja u projektu HUNI-ja: - svibanj i lipanj 2019. godine, zapažanja i komentari

Uvod

Testiranje je provedeno u 10 srednjih škola i 5 osnovnih. U srednjoj je školi testove rješavalo 1181 učenik, a u osnovnoj 155 učenika. Škole su bile iz Osijeka, Vukovara, Vinkovaca, Zagreba, Metkovića, Splita, Zadra, Rijeke i Pule. Popis škola nalazi se u elaboratu projekta na ovoj web stranici i ovdje ih ne ćemo navoditi.

Zadatke koje su rješavali učenici nalaze se na ovoj web stranici. Ti su zadatci naš prvi pokušaj elaboriranja van Hieleovih razina i podložni su izmjenama, dopunama i drugim činjenicama sukladno primjedbama i prijedlozima (koji su već iskazani i koji će biti dostavljeni nam nakon ove objave).

Na web stranici nalaze se i kriteriji za pojedinu van Hieleovu razinu koje smo primijenili na ovaj test ispitivanja poznavanja linearne, kvadratne i eksponencijalne funkcije. U daljnjem radu, sukladno iskustvima, promišljanjima, primjedbama i slično, kriteriji će se dorađivati i primijenjivati na ostale funkcije, kao i na druge dijelove školske matematike koji nisu do sada obuhvaćeni niti svjetskim istraživanjima, niti našim.

U svakom je testu predviđeno da su, redom, po tri zadatka namijenjena od 1. do 3. van Hieleove razine. To je i istaknuto (crtom odvojeno) u tablicama.

Testove i zadatke stavljamo na uvid učiteljima, nastavnicima i učenicima ostalih škola koji nisu sudjelovali u ovom testiranju. Učiteljima i nastavnicima dajemo kao mogućnost da ove i slične zadatke integriraju u svoje poučavanje. Roditeljima i ostaloj javnosti stavljamo testove na raspolaganje u vjeri da će nam poslati svoja dragocjena promišljanja u svrhu poboljšanja itd.

Tablice rezultata

Škole koje su sudjelovale u testiranju u tablicama su označene abecedom. Svaka je škola dobila slova svojih stupaca kako bi imala uvid u svoje rezultate i mogućnost usporedbe s ostalim (ali njima nepoznatim) školama. U svakoj je tablici škola dobila drugo slovo (kao oznaku).

U pregledavanju učeničkih rješenja testa (u OŠ i u SŠ) s linearnim funkcijama vodio sam se sljedećim kriterijem u zadacima s podzadacima:

- zadatak 2.: tablica + brojevni pravci = 1 bod, inače 0 bodova,
- zadatak 3.: a) + b) = 1 bod, inače 0 bodova,
- zadatak 4.: graf + nultočka = 1 bod, inače 0 bodova,
- zadatak 5.: a) + b) = 1 bod, inače 0 bodova,
- zadatak 6.: barem tri točna odgovora = 1 bod, inače 0 bodova,
- zadatak 7.: a) + b) = 1 bod, inače 0 bodova,
- zadatak 8.: a) + b) + c) = 1 bod, inače 0 bodova,
- zadatak 9.: a) + b) = 1 bod, inače 0 bodova.

Ovakav kriterij rezultirao je podacima u sljedeće dvije tablice.

OŠ: Linearna funkcija
- broj testova i riješenih zadataka

škola	A	B	C	D	E	ukupno	sveukupno
broj testova	20	21	37	32	45	155	
zadatak	180	189	133	288	405	1395	
1.	20	19	30	31	41	141	357
2.	18	15	27	15	17	92	
3.	20	18	30	22	34	124	
4.	5	2	0	4	1	12	58
5.	0	2	0	1	1	4	
6.	9	6	7	11	9	42	
7.	3	0	0	1	0	4	33
8.	1	2	0	0	1	4	
9.	6	9	3	3	4	25	
br. rješenja	82	73	97	88	108	448	

Zapažanja:

- u 6.a zadatku na pitanje *Koju funkciju predstavlja dobiveni grafički prikaz?* svi (ako pišu) zaključče da je *rastuća*, a ne *linearna* funkcija;
- u 8.c učenici ne "razumiju" pitanje koliko će viška biti nakon raspoređivanja 300 žigica (a ne u raspoređivanju zadnjeg oblika koji ima 46 žigica);
- ne znaju što je točka na osi y ; za nju pišu da je *nultočka*;
- u 5. zadatku ne razumiju što znači $f(x) = g(x)$, $x = ?$; niti $g(25) < g(0) < f(2)$;
- u 3. zadatku miješaju x i y os, tj. miješaju prvu i drugu koordinatu;
- ne znaju koja se točka naziva nultočkom i gdje se ona nalazi

SŠ: Linearna funkcija

- broj testova i riješenih zadataka

škola	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	ukupno	sveukupno
broj testova	52	43	22	12	22	22	76	79	0	70	398	
zadatak	468	387	198	108	198	198	684	711	0	630	3582	
1.	52	43	22	11	22	22	74	69	0	62	377	1007
2.	40	35	12	5	15	9	53	34	0	43	246	
3.	52	43	21	12	22	21	76	72	0	65	384	
4.	46	30	13	6	19	3	41	17	0	46	221	616
5.	42	16	8	0	10	1	10	1	0	4	92	
6.	52	36	18	10	22	16	68	39	0	42	303	
7.	33	6	2	0	8	0	4	0	0	4	57	289
8.	8	4	1	1	3	0	5	0	0	2	24	
9.	51	30	13	1	15	3	53	3	0	39	208	
br. rješenja	376	243	110	46	136	75	384	235	0	307	1912	

Zapažanja:

- u 9. zadatku ne razumiju da je $f(\text{Stipe}) = g(\text{Marko})$ i odrediti $x = ?$;
- u 5. zadatku ne razumiju/znaju grafički odrediti x iz $f(x) = g(x)$;
- u zadatku 8. ne razumiju/uočavaju da 300 žigica treba rasporediti, a ne zadnji oblik;
- točka $(0, 10)$ je nultočka ili u 4. zadatku $(0, 6)$???;
- u zadatku 2. ne znaju točno pridružiti brojeve na brojevnim pravcima;
- u zadatku 8. "zaboravljaju" zbrojiti $6 + 10 + \dots + 46 = 286$ i dobiti ostatak do 300, tj. 14 žigica; zbog toga je u tom zadatku 0 bodova iako imaju točne odgovore prije toga;
- u 7. zadatku učenik je zamijenio ulogu mililitara i cijene, tj. gledao je inverz funkcije;
- u zadatku 6. ako imaju 3 od 5 upita onad je jedan bod;
- u zadatku 6.: *Funkcija je ravni pravac.* odgovor je na koji sam naišao;
- u zadatku 4.a ne znaju nacrtati $f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$;
- u zadatku 6.a) česta je zamjena osi x i y ;
- u zadatku 5.b) ne znaju što je $f(x) = g(x)$;
- u zadatku 3. zamjenjuju prvu i drugu koordinatu: umjesto $(0, 2)$ pišu $(2, 0)$;

SŠ: Kvadratna funkcija

- broj testova i riješenih zadataka

Redoslijed škola nije isti kao u prethodnoj tablici (a ne će ni u posljednjoj), tj. iza istih slova ne stoje iste škole. Kad uputimo svakoj školi njihov rezultat, onda će škola u zbirnoj tablici vidjeti koji je njihov stupac i moći će usporediti rezultate s ostalima u projektu.

škola	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	ukupno	sveukupno
broj testova	18	21	48	55	51	21	19	29	78	75	415	
zadatak	162	189	432	495	459	189	171	261	702	675	3735	
1.	12	19	23	53	43	15	13	26	57	47	314	954
2.	10	15	12	53	47	12	10	24	62	61	306	
3.	17	16	37	53	34	18	17	27	64	51	334	
4.	8	4	19	49	18	15	9	9	46	48	225	430
5.	3	0	2	37	12	4	0	4	7	13	82	
6.	14	4	3	42	13	2	0	5	21	19	123	
7.	1	1	0	23	1	0	0	3	3	5	37	324
8.	14	11	4	36	10	0	0	8	14	17	114	
9.	1	3	0	42	32	3	2	16	43	31	173	
br. rješenja	80	73	100	388	216	69	51	122	317	292	1708	

Zapažanja:

- u zadatku 4. ne znaju/poznaju tjemeni oblik i koordinate iz tog oblika;
- u zadatku 7. učenik je iz TABLICE uočio da je $f(-1) = f(13) = 147$ i $f(15) = f(-3) = -525$ i na taj način riješio zadatak;
- u zadatku 3. učenici su dali obrazloženje zašto B nije odgovor: *Graf B je parabola, ali u grafu B ne valja koordinatni sustav;*
- komentar u zadatku 4.: *Lakše je u 2. obliku jer nema ikseva;*
- u zadatku 3.: *Graf E je parabola. ???*
- u zadatku 2.b) česta je krivo kvadriranje binoma, primjerice: $(p-3)^2 = p^2 - 2p + 6 - 9$;
- u zadatku 3.: *Graf B je krivo nacrtan, pa nije parabola.;*
- u zadatku 8. učenik je grafički dao primjer kvadratne funkcije;
- u zadatku 3.: *Parabole su jer imaju nultočke.;*
- u zadatku 2.b) učenici vrlo često računaju, nakon što točno odrede da je $p^2 - 6p + 11$, kvadratnu jednadžbu $p^2 - 6p + 11 = 0$ i traže njezina rješenja $p_{1,2}$; nerazumljivo je i bez njihovog komentara to njihovo rješavanje jednadžbe;

SŠ: Eksponencijalna funkcija
- broj testova i riješenih zadataka

škola	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	ukupno	sveukupno
broj testova	22	22	21	12	19	18	49	50	82	73	368	
zadatak	198	198	189	108	171	162	441	450	738	657	3312	
1.	13	17	14	4	1	16	40	3	27	15	150	590
2.	14	18	18	9	14	10	42	3	41	31	200	
3.	12	16	20	9	12	10	44	10	59	48	240	
4.	13	18	18	0	0	6	37	1	39	25	157	352
5.	5	14	19	2	0	4	45	0	16	17	122	
6.	8	6	10	0	0	2	33	0	7	7	73	
7.	14	20	20	3	7	2	44	0	30	39	179	253
8.	0	2	8	0	0	0	21	0	7	4	42	
9.	0	6	5	0	0	0	17	0	3	1	32	
br. rješenja	79	117	132	27	34	50	323	17	229	187	1195	

Zapažanja:

- u zadatku 7. ne uočavaju da baza eksponencijalne funkcije ne može biti negativan broj;
- u zadatku 6. funkcija $f(x) = -2^x - 1$ nije eksponencijalna jer ima negativne vrijednosti; ona jest padajuća, ali nije eksponencijalna;
- učenici ne znaju iz zadanih koordinata (na grafu) "iznjedruti" jednadžbe pomoću kojih će izračunati nepoznate koeficijente funkcije;
- u zadatku 4. ne znaju da je $f(x + 3)$ nije translacija duž osi y ;
- isti učenik u zadatku 5.b) piše da je funkcija $f(x) = 0,5^{x-1}$ translirana duž osi y , a u zadatku 6. piše da je $f(x) = 0,5^x - 1$ translirana duž osi y ; ne uočava kontradikciju svojih rješenja;
- u zadatku 1. tablica B: *Funkcija je kvadratna jer se povećanjem broja x povećava duplo.*;
- ogroman je broj učenika s 0 bodova
- matematički razredi i matematičke gimnazije imaju trajnije znanje i imaju puno veći broj točno riješenih zadataka nego razredi u ostalim vrstama gimnazija.

Sažetak

- broj testova i riješenih zadataka po razredu

razred	8. OŠ	1. SŠ	2. SŠ	3. SŠ	ukupno
broj testova	155	398	415	368	1336
broj zadataka	1395	3582	3735	3312	12024
broj riješenih zadataka	448	1912	1708	1195	5263

U obradi ovih testova može se uočiti da matematički razredi i/ili matematičke gimnazije imaju trajnije znanje i imaju puno veći broj točno riješenih zadataka nego razredi u ostalim vrstama gimnazija.

Evo, zbog ilustracije, primjera dva matematička razreda u istoj gimnaziji u odnosu prema ukupnom rezultatu u toj gimnaziji.

Kvadratna funkcija ... 19 učenika u razredu

razina	I.	II.	III.
broj zadataka	57	57	57
broj riješenih zadataka	$16+18+11=45$	$14+7+12=33$	$3+10+14=27$
postotak riješenih zadataka u razredu	$\frac{45}{57} = 78,9\%$	$\frac{33}{57} = 57,9\%$	$\frac{27}{57} = 47,4\%$
postotak riješenih zadataka u školi	70,7%	35,6%	23,6%

Eksponecijalna funkcija ... 15 učenika u razredu

razina	I.	II.	III.
broj zadataka	45	45	45
broj riješenih zadataka	$6+11+13=30$	$13+11+5=29$	$15+4+1=20$
postotak riješenih zadataka u razredu	$\frac{30}{45} = 66,7\%$	$\frac{29}{45} = 64,4\%$	$\frac{20}{45} = 44,4\%$
postotak riješenih zadataka u školi	42,9%	22,4%	20,1%

Mali komentar/zapažanje:

Kad bismo uzeli kao kriterij uspješnosti tj. razine barem točno rješenje dva od tri zadatka, onda se vidi da su učenici u matematičkom razredu na I. razini i blizu II. razine u poznavanju kvadratne funkcije. Ukupni rezultat učenika te škole je na I. razini, ali daleko od II. i III. razine.

Učenici u matematičkom razredu su na I. razini i skoro na II. razini u poznavanju ekspancijalne funkcije. Ukupni rezultat učenika te škole je daleko od I., II. i III. razine.

Zašto je to tako trebali bismo raspraviti. Posebice se taj "odmak" vidi u testu o ekspancijalnoj funkciji koju su učenici učili godinu dana ranije (u drugom razredu) i gdje se vidi kojim učenicima i koji su im pojmovi u trajnijem znanju.

Petar Mladinić

Komentari i mišljenja o rezultatima testiranja

a) Slažem se s prijedlogom da u slučaju ovako postavljenih zadataka rezultat $\frac{23}{45}$ znači da je učenik na određenoj razini. Možda bi u budućnosti trebali izbjegavati zadatke koji imaju podzadatke jer to otežava bodovanje i razvrstavanje. Osim toga kod nekih smo zadataka razgovarali da ih je moguće riješiti na više načina - naprednije ili s puno raspisivanja.

U tom slučaju nije dovoljno gledati je li zadatak riješen nego kojom je metodom riješen. Osobito se ovo odnosi na zadatke druge i treće razine za koje bi se tek s obzirom na metodu rješavanja moglo reći da učenik rješava zadatak više razine. Možda bi bilo smisleno unutar skupina pogledati zadatke niže razine koji su slabije riješeni kao i zadatke više razine koji su neočekivano dobro riješeni te pokušati otkriti je li to zato što zadatak zapravo ne pripada razini u koju smo ga svrstali ili učenici zaista tako rješavaju pojedine zadatke te razine.

Mislim tu na primjer na 9. zadatak SŠ linearna, 7. zadatak ekspancijalna. Od podataka koje bismo mogli još gledati čini mi se smisleno vidjeti postotak učenika na pojedinoj razini, to se iz ovih tablica ne isčitava.

Također je uočavanje razlike općih i matematičkih razreda očekivano ali je zgodno imati i numeričke pokazatelje. Tu me malo zbunjuje rezultat izražen u postotku riješenosti zadataka u pojedinoj razini, čini mi se to ne odgovara postotku učenika na pojedinoj razini - možda su se nekako rasporedili po zadacima pa u postotku imaju dosta riješeno ali ih je zapravo malo sa dva točna - ne znam jesam li u pravu s ovim razmišljanjem, ali radije bih gledala postotak učenika na pojedinoj razini.

Sanja Antoliš

b) Jasno nam je da u fokusu ostaje problem na kojega smo posumnjali i koji je, nakon svega, evidentan, no možda su nam se, onako usput, dogodile nuspojave na koje nismo računali.

Bio je to kraj godine, učenici full nepripremljeni, umorni od godišnjeg ispita koji su pisali par dana prije, satrani ispitivanjima iz ostalih predmeta, bez izgrađene kulture da se istinski potruže i oko nečega što nije za ocjenu . . .

Dalje, zadatci s podzadacima zasigurno otežavaju ispravljanje i klasificiranje kako je rekla Sanja, ali nude više informacija o onome što učenik (ne) zna pa u tom slučaju ova opcija 1 bod ili 0 bodova može sugerirati puno lošiju "kliničku sliku".

Tu je posebno zanimljivo vidjeti koji je dio zadatka dobro, a koji loše riješen pa bi možda bilo dobro pogledati takve zadatke detaljnije.

Ljiljana Jeličić i Ljubica Jerković

c) Bit će to kratka analiza, jer bi za dublju analizu svakako bilo dobro imati uvid u sve radove, tj. u cijeli proces rješavanja zadataka.

Globalno, mogli bi reći da rezultati ne iznenađuju obzirom na koncept samog testa (za sve funkcije). Naime većina ovih zadataka nije uobičajena u našoj svakodnevnoj praksi.

Svakako rezultati ukazuju da se treba kvalitetnije pristupiti poučavanju funkcije, ali i da treba mijenjati proces poučavanja i učenja (izvrstan primjer, a možda i odgovor, je projekt MERIA).

Pretpostavljam da se iz učeničkih radova, njihovog računa, procesa rješavanja, argumentacije tj. obrazloženja može mnogo toga isčitati, i ne samo o konceptu funkcije. Iz tvojih komentara i podataka iz tablice jasno je da nisu usvojili koncept funkcije na očekivanoj razini, da ne ostvaruju veze među različitim prikazima funkcije, među funkcijama neovisno o prikazima, a svakako imaju problem s razumijevanjem simboličkog zapisa.

Jednostavno njihovo znanje je više proceduralno, a ne konceptualno.

Moram priznati da me iznenađuje veoma slaba riješenost nekih zadataka (za svaku funkciju), pa i to da ih ima dosta sa 0 točnih. To svakako ukazuje i na jedan, još značajniji problem, a taj je da naši učenici nemaju kulturu rješavanja zadataka. Možda bi bilo dobro također usporediti koliko je učenika uopće rješavalo određeni zadatak, ali je on nedovršen, netočan.

Nadalje, jedan od faktora koji je također "malo" utjecao na uspješnost rješavanja je svakako (ne)motivacija (jer nema nagrade/nema ocjenjivanja). No i vrijeme provedbe testiranja (pred kraj nastavne godine, kad kreću mnoge provjere znanja) utjecao je na njihovu uspješnost. Ali . . . tu na red dolazi učitelj! Jer znanje je znanje neovisno o okolnostima, radimo matematiku! S druge strane to je dobra, cjelovita, pa možemo reći i objektivna slika našeg obrazovnog sustava.

Testovi su dobri i mišljenja sam da ih ne treba mijenjati, možda u nekim nijansama.

Također iz rezultata se vidi dubina/razina usvojenosti koncepta funkcije - "hrvatske funkcije": koje vrste zadataka im predstavljaju problem i zašto, koja svojstva nisu dobro usvojili i na koja svojstva funkcije treba staviti težište, kako promišljaju, zaključuju itd. Dakle zadaci su bili dobri, detektirali su probleme. Svakako učiteljima/nastavnicima treba preporučiti da što više takvih varijanti zadataka implementiraju u nastavi. Pretpostavljam da je to neka slijedeća faza projekta. No svakako bi bilo dobro da se ti rezultati i prijedlozi malo više prošire među kolegama. Nadalje ne znam kako sada ide dalje faza projekta što se očekuje da učitelji/nastavnici promjene i jesu li se spremni mijenjati!

Svakako se vidi da problemi koji su kod linearne funkcije u 8.razredu OŠ, samo se nastavljaju i nažalost produbljuju u srednjoj školi, a posljedično i na ostale funkcije.

Iako su matematički razredi polučili najbolje rezultate (što je i očekivano) svakako su poražavajući rezultati u nekim školama (npr. SŠ kv.funkcija škola B /G , 5.zadatak - 0 točnih) kao i veoma slabi rezultati koji spadaju u 2. i 3.razinu.

Branka Antunović Piton

d) Osvrt na rezultate učenika III. gimnazije Split u sklopu projekta Van - Hielove razine znanja Kvadratna funkcija

Ukupno 51 učenik kojima sam predavala u drugom razredu (a sada i u trećem) sudjelovalo je u rješavanju testa Kvadratna funkcija.

Iz podataka koji su mi dostupni u dobivenoj tablici vidim da su u priličnom postotku dostigli 1. razinu znanja što ni u kojem slučaju ne mislim da je dostatno. Naime , druga i treća razina su jako slabo riješene pa ću pokušati dati neko "suvislo" objašnjenje.

(Napomena: objašnjenja nisu pisana hijerarhijski nego samo nabrajana onim redom kako sam se čega dosjetila)

1. Bez obzira što smo učenike "zamolili" da test rješavaju s punom pažnjom, koncentracijom i željom da postignu što bolji rezultat, činjenica je da pozitivna trema nije loš čimbenik u rješavanju bilo kojeg testa. Naime, ne mogu reći da se nisu trudili, ali znajući da im (ne) uspjeh ne utječe na ocjenu koju će imati na kraju školske godine, moglo se očekivati da neće svi (ili barem većina) niti ponoviti niti previše razmišljati o tome kako riješiti nešto što smo relativno davno učili.
2. Ovaj pojam relativno davno za učenike je također jedna od ključnih stvari jer se Van Hielov test pisao u svibnju, a kvadratna funkcija se uči u 1. polugodištu. Na žalost, cijeli sustav našeg obrazovanja temelji se na usvajanju i nakon toga brisanju (ili barem potiskivanju) većine sadržaja koje smo naučili. To je naravno donekle i nužno da bi se otvorio "prostor" za nova znanja, a ona starija se mogu relativno lako prizvati natrag, naravno ukoliko se za to ima vremena, volje i potrebe - povezano s točkom 1.
3. I sada nešto o zadacima : prva tri zadatka tj. prva Van Hielova razina se mogla i morala riješiti i bez ikakvog ponavljanja i tu nema nikakvog opravdanja. Za zadatak 4. mislim da većina mojih učenika odgovora da je jednostavnije odrediti tjeme iz prvog oblika jer imamo gotovu formulu za tjeme i tu neme nikakvog problema za njih. Cijeli svoj nastavnički vijek susrećem se s činjenicom da tjemeni oblik jednadžbe parabole "ispari" čim se izvede formula za tjeme. S tim je povezano i rješavanje zadatka 5. jer bi naravno bilo lakše krenuti od tjemenog oblika pa napisati pravilo pridruživanja, a ovako su se vjerojatno izgubili u sustavima jednadžbi.

Osim ovih zadataka ,jasno je da je zadatak 7. jako loše riješen (ali samo 1 učenik-ca??!!), ali opet, oni jesu vjerojatno krenuli nekako i izgubili se u računu.

Za zadatke 8. i 9. mislim da opet nema opravdanja osim onoga što sam navela pod točkom 1. i 2.

Općenito mislim da je našim učenicima pojam funkcije prilično nejasan u smislu pridruživanja, preslikavanja. Jako često nailazim na probleme kad je zadano npr. $f(3) = 2$ da se ne zna što je x a što y , da se kod određivanja minimalne ili maksimalne vrijednosti funkcije ne zna tražimo li x ili y tjemena i sl. Isto tako, bilo bi nužno imati u našim udžbenicima puno više zadataka u kojima se mora riješiti nešto grafički ili očitati iz grafa.

Anastazija Pažanin

**Osvrt na rezultate testiranja učenika III. Gimnazije, Split u projektu HUNI-ja
Linearna funkcija**

- 43 učenika prvih razreda su pristupila testiranju
- postignuta je u vrlo velikom postotku (94%) I. razina poznavanja linearne funkcije, što je bilo i za očekivati
- II. razina je prema tablici riješena osrednje (64%), ali po mom mišljenju iznenađujuće loše s obzirom na tipove zadataka te razine jer smo takvih zadataka (osim možda 5.a, a nije da i takvih nije bilo) zajednički na satu, kroz samostalnu vježbu i u domaćim zadaćama riješili puno.

Napomene!

Mislim da su u 4. zadatku učenici znali nacrtati graf funkcije, ali su vjerojatno pogriješili u određivanju nultočke. Možda ih je zbunio onaj dio da je računski odrede pa su morali postaviti linearnu jednadžbu. Također, vjerojatno je bilo i zamijenjenih koordinata u zapisu.

5. zadatak se učenicima pokazao jako težak. Inače nisu pretjerano skloni iščitavanju podataka s grafova, grafikona i sl. što bismo trebali više forsirati jer to je prava primjena znanja. Takvih bi zadataka u našim udžbenicima trebalo biti što više, između ostalog jer su i jako zastupljeni na obje razine ispita Državne mature. Zabrinjavajuće je što ne znaju odrediti x za koji je jer to znači da x ne povezuju s apscisom točke u kojoj se ova dva pravca sijeku. Inače je mnogim učenicima problem logično povezati rješenje sustava dvije jednadžbe s grafičkim postupkom dobivanja rješenja kao sjecišta dvaju pravaca.

6. zadatak je bio relativno dobro riješen. Pretpostavljam da su griješili u zapisu točke koja je presjek grafa s y -osi ili u određivanju pravila pridruživanja ako im se nije dalo raspisivati i potruditi se.

- III. razina je prema tablici riješena izuzetno loše (31%). Pogotovo su se pokazali kao teški 7. i 8. zadatak.

Smatram da nije problem u tome da učenici takve zadatke nisu nikada rješavali niti da ih nisu u stanju riješiti (barem ne u ovako malom broju), nego je jedan od razloga loše rješivosti definitivno bio nedostatak motivacije (jer su znali da test nije za ocjenu) i interesa (jer su skloni odustati čim naiđu na imalo zahtjevniji zadatak, ako je to bez nekih posljedica-dakle, opet ocjena), a uz to je bilo i anonimno tako da ih možda i nije bilo briga ako pogriješe ili ostave prazno kada se neće znati tko je i kako napisao.

Ovakve tipove zadataka također treba puno forsirati-kombinirati činjenično znanje s logičkim zaključivanjem i promatranjem iz perspektive svakodnevnog života.

- Dogodine bih ovaj test svakako dala prvašima jer je zgodno osmišljen, zadaci idu od lakših ka težim, velika je povezanost s primjerima iz svakodnevnog života što mi se sviđa i zahtjevaju logično razmišljanje i povezivanje, a opet nisu preteški.

Test bi mi pomogao kao povratna informacija o usvojenosti njihovog znanja linearne funkcije, ako ne s ocjenom, onda barem kao formativno vrednovanje.

Mia Milun

Osvrt na rezultate testiranja učenika III. Gimnazije, Split u projektu HUNI-ja

Opći problem: okolnosti pod kojima se vrši test (zadnji sat nastave - žurba za što prije riješiti i otići kući; anonimno; nema ocjene; dakle, konačan zaključak je da nema velike motivacije za što boljim rješavanjem testa)

Prva razina je, naravno, najbolje riješena, ali po meni i dalje razočaravajuće loše. Nemam nikakvo objašnjenje osim gore navedenog problema.

Druga razina

4. zadatak: tjemeni oblik je nešto što učenici vrlo brzo potisnu čim nauče formulu za koordinate tjemena na koju se oslanjaju u svim budućim zadacima. Jasno, lakše je odrediti koordinate tjemena iz "tjemenog" oblika, no kažem, učenici se prilikom rješavanja zadataka oslanjaju na formulu za koordinate tjemena pa time ovaj oblik često pada u zaborav (tim više što, za odrediti koordinate tjemena, ne moraju formalno svoditi na potpuni kvadrat što ponekad može biti i nešto kompliciranije). Dakle, loši rezultati ovog zadatka po meni leže u upravo pojašnjenom.

5. zadatak mi je jako sviđa. Vrlo jednostavan, a ipak se u njemu pokazuje koliko učenik shvaća pripadnost neke točke grafu te iskorištavanje te informacije. Loše riješeno, ali rekao bih i očekivano jer ovakvih zadataka nedostaje u njihovim udžbenicima. Mislim da bi ovakvi tipovi zadataka trebali više biti zastupljeni u njihovim udžbenicima.

Treća razina

9. zadatak iako spada u treću razinu je očekivano dobro riješen, upravo iz razloga što su učenici naviknuti na ovakve zadatke budući da ih imaju u svom udžbeniku. 7. zadatak isto očekivano, najlošije riješen. Vjerujem da je dobar dio njih shvatio što bi trebali raditi, ali im se vjerojatno na prvu učinilo da tu ima dosta računanja, da im treba dosta vremena i nisu se htjeli niti truditi (opći problem naveden na vrhu). Ali, vrlo dobar zadatak te bih svakako bio zadovoljan kada bi i ovakvi zadatci bili više zastupljeni u udžbeniku.

Konačan zaključak

Mislim da je veliki problem ono što sam naveo na početku. Vjerujem da su učenici zbog svega navedenog najviše pažnje posvetili zadacima koji su im "poznati" te se nisu previše niti trudili oko ostalih zadataka. Tako da mislim da ovi rezultati ne pokazuje stvarno znanje učenika. Previše

je fokus bio na izboru zadataka kojima bi se ispitalo njihovo znanje, a nimalo na samoj provedbi takvog testiranja.

Marin Čalo

e) Testiranje sam provela u mom prvom (inače eksperimentalnom razredu) i drugom razredu te kolegica u trećem. U sva tri slučaja od obrade navedenog gradiva pa do testiranja prošao je neki vremenski period, najduži u trećem razredu tako da mislim da su i zbog toga njihovi rezultati najlošiji.

Generalno, zadatci mi se jako sviđaju i mislim da je to smjer u kojim trebamo ići.

Kod učenika treba raditi na razvijanju svijesti da ne uče samo za ocjenu, mislim da nisu dali sve od sebe pri rješavanju jer su znali da neće biti ocjenjeni (ostavili prazno, htjeli predati ranije ...). Planiram ove godine u prvom i drugom razredu dati ovaj test tako da ga najavim i da je za ocjenu pa me baš zanimaju rezultati.

Kako je moja škola opća gimnazija uglavnom ne dolaze učenici koji se ističu u matematici tako da su očekivano slabije rješavali zadatke najviše razine.

U prvom razredu od 22 učenika samo je dvoje učenika riješilo 7-i, a jedan učenik 8-i zadatak. Učenici takve zadatke jednostavno nisu vidjeli, što zapravo nije problem, problem je generalno što kad naiđu na nešto što im je nepoznato brzo odustaju i na tome treba raditi. Dok, im je recimo 9-i zadatak tipski poznat pa ga je riješilo više od pola razreda.

U drugom razredu neugodno sam iznenađena što je samo 3 (od 18) učenika riješilo 5-i zadatak jer su to znali u testu koji je bio par tjedana ranije, vjerojatno su ili pokušavali očitati tjeme jer je to najčešće u zadacima bilo moguće ili mogu pretpostaviti da su nažalost šablonski bili naštrebali za test pa zaboravili:).

7-i zadatak je riješio samo jedan učenik. Pretpostavljam da su iz danih točaka bezuspješno pokušavali pogoditi pravilo pridruživanja. Da su imali 3 točke (često mi nastavnici po inerciji dajemo samo onoliko podataka koliko je nužno potrebno) vjerujem da bi dio njih računski odredio funkciju i uspješno riješio zadatak.

Uočila sam da učenici imaju poteškoća i sa obrazlaganjem odgovora, tipa u 4 zadatku: Što sam tu trebao pisati pa vidi se da je to tjeme ... dakle matematička komunikacija slaba.

Osim zadataka primjene koji su definitivno imperativ mislim da su jako važni zadatci otvorenog tipa (zad.5) i baš sam zadovoljna što su ga moji učenici dobro rješavali.

Za treći razred čekam još komentare kolegice (kad pošalje prosljedim). Kako nisu moji učenici mogu samo prokomentirati zadatke. Posebno mi se sviđa zadatak otvorenog tipa (6). I sad kad gledam mislim da bi moji učenici najslabije riješili zadatak 8.

Generalno, ne mogu Vam baš pomoći komentarima, zadatci su mi odlični, više mogu pomoći sebi i učenicima jer sam uvidjela na čemu želim raditi s njima. Posebno mi se sviđa što su zadatci kreativni i različiti i stvarno provjeravaju razumijevanje gradiva.

Osobno (a mislim i mnogi drugi) uviđam da sam se dosta okrenula modeliranju i primjeni u svakodnevnom životu, ali da se i tu treba čuvati šablona.

Rebeka Kalazić

f) Generalne napomene:

- puno informacija se može dobiti iz toga je li učenik zadatak uopće pokušavao riješiti, pa se može razmisliti o davanju i te informacije;
- u svim zadacima koji imaju zahtjev: "obrazloži svoj odgovor", to obrazloženje također treba biti vrednovano jer učenik može dati točan odgovor iz naučene procedure, ali bez jasnog razumijevanja;
- osim vrednovanja, sva obrazloženja bi trebala biti kategorizirana. Dakle, čitaju se tekstualni odgovori i sastavljaju se kategorije obzirom na te odgovore, svi odgovori istog tipa spadaju u jednu kategoriju. Zatim se u rezultatima navode kategorije i broj odgovora po kategoriji. Tada se može dobiti neka jasna slika o tome što se dogodilo prilikom rješavanja, a kada pričamo o razinama usvojenosti, onda kvalitativna informacija govori puno više od kvantitativne;

Kvadratna funkcija:

- napomena za 2. zadatak je bilo da se a) i b) zadatci boduju kao zasebni, taj dio bi trebao biti vidljiv iz tablice;

- primjerice za 5. zadatak (2. zadatak s 2. razine), vidi se da je izrazito loše riješen, ali taj brojčani podatak ne govori ništa o tome zašto je tako loše riješen, a to je malo iznenađujuće; Komentari na zapažanja:

- u zadatku 4. ne znaju/poznaju tjemeni oblik i koordinate iz tog oblika; ne čudi, jer to poznaju samo učenici onih (općih) gimnazija koji baš "drve" po tom obliku, a to dosta ovisi o izboru udžbenika, primjerice, Elementov udžbenik posebno ističe ovaj oblik, pa bi informacija o udžbeniku po kojem rade učenici isto mogla nešto značiti;

- u zadatku 7. učenik je iz *TABLICE* uočio da je $f(-1) = f(13) = 147$ i $f(15) = f(-3) = -525$ i na taj način riješio zadatak;

to je i bila poanta, taj zaključak proizlazi iz simetričnosti

- u zadatku 3. učenici su dali obrazloženje zašto B nije odgovor: Graf B je parabola, ali u grafu B ne valja koordinatni sustav;

jako su lijepo to uočili, ne znam kako je promaklo to zrcaljenje slike, slučajno se dogodilo nagađam da je učenik koji je rekao da je graf krivo nacrtan pa da zato to nije parabola, upravo mislio na ovo.

- u zadatku 3.: Graf E je parabola. ???

očekivano, jer dva segmenta vizualno tako izgledaju, to je upravo razlog zašto se takav graf tamo našao. Za ove zadatke je isto važno kategorizirati obrazloženja, ali i same odgovore. Važan je podatak recimo ako je značajan broj učenika odgovorio da su primjerice d) ili e) primjeri grafa kvadratne funkcije

- u zadatku 2.b) česta je krivo kvadriranje binoma, primjerice: $(p - 3)^2 = p^2 - 2p + 6 - 9$;

to je nerazumijevanje algebarskih izraza, ne direktno znanje (kvadratnih) funkcija

- u zadatku 8. učenik je grafički dao primjer kvadratne funkcije;

u potpunosti točno rješenje (ako je točno, naravno), jer zadatak glasi "daj primjer kvadratne funkcije", što podrazumijeva bilo koji od legitimnih prikaza. To što smo mi navikli izjednačavati pojam funkcije s njezinim algebarskim prikazom, to je problem naše obrazovno-matematičke kulture. Drago mi je da je bilo i takvih rješenja.

- u zadatku 3.: Parabole su jer imaju nultočke.;

Simpatično, ali recimo nije jasno jel taj učenik dao ovo obrazloženje na točno ili netočno riješen zadatak. To bi bila zanimljiva observacija.

- u zadatku 2.b) učenici vrlo često računaju, nakon što točno odrede da je $p^2 - 6p + 11$, kvadratnu jednadžbu $p^2 - 6p + 11 = 0$ i traže njezina rješenja $p_{1,2}$; nerazumljivo je i bez njihovog komentara to njihovo rješavanje jednadžbe;

Očekivano, jer se pokazalo da učenici za rezultat matematičkog zadatka smatraju samo broj (pogotovo je to pod utjecajem a) zadatka koji ima upravo broj za rješenje), algebarski izraz im nije legitimno rješenje zadatka, radi čega kada dođu do algebarskog izraza misle da moraju nekako nastaviti dalje. Druga poznata miskoncepcija jest da svaki algebarski izraz treba završiti s $=0$, što rezultira potrebom da se izrazi također zapišu kao jednadžbe. Ovo je indikator ne razumijevanja pojma algebarskog izraza, a ne funkcija.

Matea Gusić

g) Osvrt na rezultate učenika u Gimnaziji Pula

Linearna funkcija - 1. razred, matematička gimnazija

Nakon dobivenih rezultata s učenicima sam prošao slabije riješene zadatke i pratio njihove komentare.

- 2. zadatak: Neki učenici su previdjeli pridruživanje brojeva na brojevnim pravcima.

• 4. zadatak:

Po nekim udžbenicima, nultočka je točka, a nulište broj. Npr: https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/68015b42-a876-4b53-b0e4-8723181ea03d/html/4095_Nultočke_i_ekstremi_kvadratne_funkcije.html

O tome sam bio razgovarao s učenicima, ali im i naglasio da je kod mene nultočka broj. Zato je moguće da su se nekim mojim učenicima pomiješali pojmovi.

Također je moguće da ih je zbunilo što je nultočka izvan nacrtanog dijela koordinatnog sustava. Nekako su navikli da je sve što je potrebno odčitavati vidljivo u danom sustavu.

- 5. zadatak: Neki učenici nisu razumijeli što znači zapis $f(x) = g(x)$. Obično u zadacima s grafa odčitavaju brojeve za koje npr. vrijedi $f(x) = 3$, no kod dvije funkcije nisu znali da se radi o presjeku pravaca.
- 7. zadatak: Neke je učenike zbunilo što u a zadatku cijenu računaju preko povećavanja za količine po 25 ml, pa su sličnu formulu pokušali napraviti i u b zadatku. Nisu prepoznali da se radi o traženju jednadžbe pravca kroz dvije točke. Jedna učenica je rekla da je znala da se traži jednadžba pravca, ali se nije mogla sjetiti formule za jednadžbu kroz dvije točke.
- 8. zadatak: Većina učenika nije prepoznala da se radi o zbrajanju broja šibica za sve oblike u nizu. Uobičajeni zadaci u tom gradivu uključuju određivanje formule funkcije i rješavanje (ne)jednadžbe $f(x) \leq y_0$ i na to su učenici navikli. Učenici često povezuju zadatke s onima koji su im poznati i ne uočavaju što se točno od njih traži. Učenici koji su točno prepoznali što moraju izračunati nisu znali kako to izračunati, osim uzastopnim zbrajanjem za koje su smatrali da nemaju dovoljno vremena.

Zadatak je dosta slabo riješen i mislim da će vrlo mali broj učenika znati zapisati sumu brojeva šibica preko jedne nepoznanice (npr. Gaussovom dosjetkom). Bilo bi zanimljivo vidjeti riješenost zadatka za manji broj šibica (da se može relativno brzo provjeriti zbrajanjem brojeva šibica po oblicima u nizu).

Ispit mi se sviđa, smatram da nije pretežak za učenike 1. razreda srednje škole. Rezultati demonstriraju da učenici ne razumiju u potpunosti pojam funkcije i što točno predstavlja njezin zapis formulom. Također često zadatke svode na najbliži njima poznat zadatak i ne prepoznaju što se zapravo u zadatku traži.

Kolegica i kolega iz Gimnazije Pula

h) Osvrt na rezultate učenika u Gimnaziji Vukovar

Linearna funkcija, slabije riješeni zadatci:

- 2. zadatak, iako je vrlo jednostavan. Možda učenici nisu razumjeli zadatak. "Od zadanog broja oduzmite 2. Koji je broj zadan?"
- 4. zadatak, iako je klasični primjer zadatka iz redovne nastave.
- 5. zadatak, iako je i ovaj zadatak primjer zadatka iz redovne nastave.
- 7., 8. i 9. zadatak su primjeri zadataka s kojima učenici obično imaju problema u redovnoj nastavi.

Kvadratna funkcija, slabije riješeni zadatci:

- 2. zadatak. Možda su učenike zbunili termini koji se koriste u zadatku. Funkcijski stroj, ulazna vrijednost, izlazna vrijednost...
- 4. zadatak, učenici trebaju poznavati teoriju.
- 5. zadatak, iako je klasični primjer zadatka iz redovne nastave.
- 6. zadatak, učenici trebaju poznavati teoriju.
- 7. i 8. zadatak su primjeri zadataka s kojima se učenici ne susreću često.

- 9. zadatak je primjer zadatka s kojim učenici obično imaju problema u redovnoj nastavi. Eksponencijalna funkcija, slabije riješeni zadatci:
- 1. zadatak, učenici se trebaju znati ispravno izraziti.
- 4. zadatak pod b), učenici trebaju poznavati teoriju.
- 5. zadatak, učenici trebaju poznavati teoriju te se ispravno izraziti.
- 6. zadatak, primjer zadatka s kojim se učenici ne susreću često.
- 7., 8. i 9. zadatak, su primjeri zadataka s kojima učenici obično imaju problema u redovnoj nastavi i /ili s kojima se učenici ne susreću često.

Moje mišljenje je da su zadatci primjereni, vrlo zanimljivi i poticajni, s tim da su zadaci kod eksponencijalne funkcije ipak malo zahtjevniji. Posebno je zahtjevan onaj dio zadatka u kojem učenici trebaju nešto obrazložiti. Predložila bih drugačije bodovanje, svaki dio zadatka posebno bodovati (a), b), c)...).

Edita Evetić