

Logaritamska funkcija

Testiranje je provedeno tijekom jeseni 2020. Testirani su učenici četvrtih razreda gimnazije, a testiranju je pristupilo 155 učenika. Test se sastojao od devet pitanja, tri pitanja po razini. Smatramo da učenik ne rješava zadatke neke razine ako je na testu riješio samo jedan zadatak ili nije riješio niti jedan zadatak te razine. Učenik rješava zadatke neke razine ako je na testu riješio dva ili sva tri zadatka te razine.

Prva razina (vizualna)

Aritmetičko – grafička razina

Početna razina razvoja pojma logaritma i logaritamske funkcije. Učenici su svjesni postojanja pojma logaritma i logaritamske funkcije, ali ne uočavaju specifična svojstva. Prepoznaju osnovnu logaritamsku funkciju zadanu grafički, pravilom pridruživanja i tablično. Učenici mogu riječima opisati logaritam, primjerice: „broj kojim treba potencirati bazu da bi se dobio argument“. Koriste osnovni funkcijski jezik, npr. varijabla, vrijednosti funkcije, graf i pravilo pridruživanja.

Zadatci u testiranju:

1. Povežite crtom odgovarajuće ulazne i izlazne vrijednosti koje se mogu dobiti primjenom pravila pridruživanja $f(x) = \log_9 x$

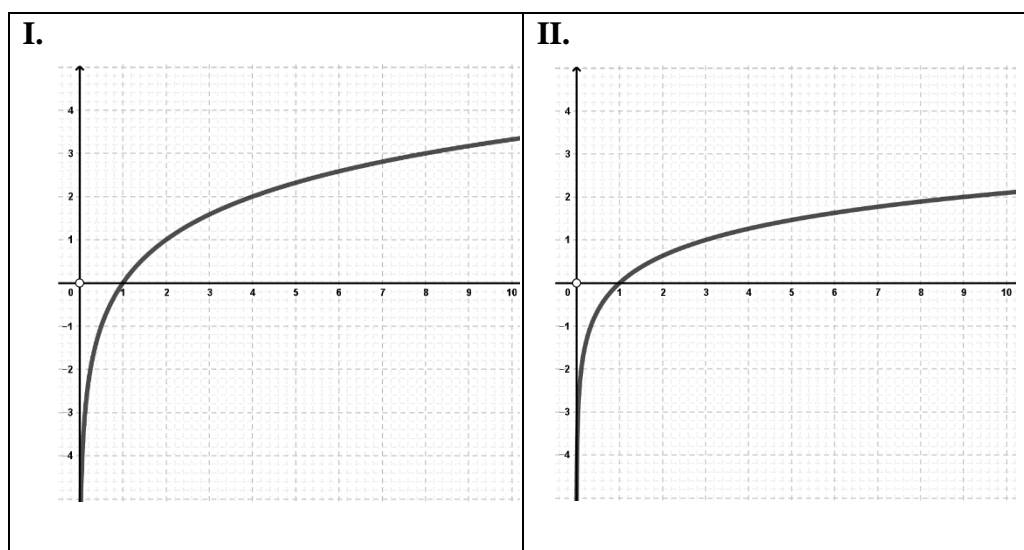
Ulaz	Izlaz
9	-2
1	0
$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{2}$
3	1
729	3

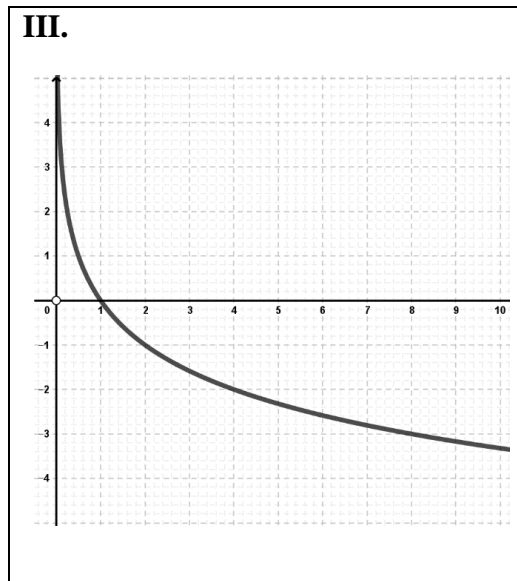
2. Povežite skup uredenih parova i odgovarajući grafički prikaz:

a. $\{(1,0), (2, -1), (4, -2)\}$

b. $\{(1,0), (3,1), (9,2)\}$

c. $\{(1,0), (2,1), (8,3)\}$





3. Brzina vjetra, v (u km na sat), u blizini središta tornada može se prikazati pravilom $v(d) = 150 \log d + 105$, pri čemu je d udaljenost (u km) koju tornado pređe. Ako tornado pređe 100 km, procijenite brzinu vjetra u blizini središta tornada.

Rezultati testiranja

Postotak riješenosti po zadacima:

1 zadatak	94.1%
2 zadatak	97.2%
3 zadatak	83.5%

Postotak učenika koji su riješili 0, 1, 2 ili 3 zadatka

Broj riješenih zadataka	Postotak učenika
0	0.0%
1	2.4%
2	16.8%
3	80.8%

Komentar i analiza

U domeni logaritamske funkcije svi su učenici riješili barem jedan zadatak prve razine, a samo 2.4% učenika rješava samo jedan zadatak. Za 97.6% učenika smatramo da rješavaju zadatke prve razine.

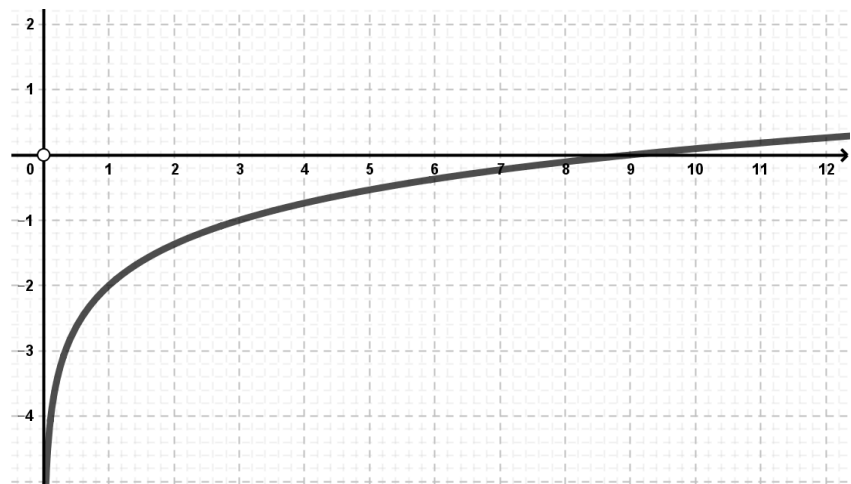
Druga razina (operacijska)

Grafičko – algebarska razina

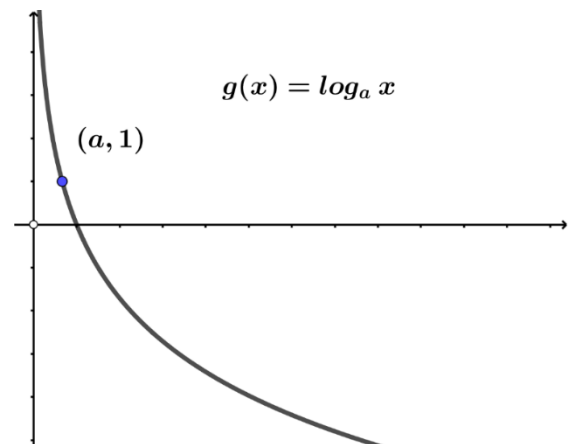
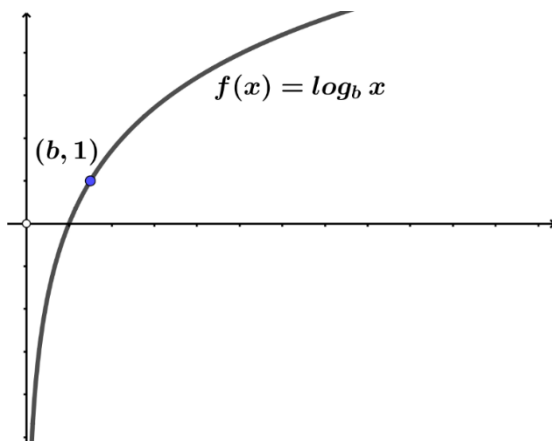
Učenici poznaju osnovne pojmove (npr. asimptota grafa, presjek s osi y) i svojstva (npr. monotonost). Učenici su upoznati, ne samo s osnovnom logaritamskom funkcijom, već i s logaritamskim funkcijama čiji se grafovi dobiju transformacijom grafa osnovne logaritamske funkcije i u mogućnosti su ih koristiti. Na ovoj razini se još ne uspostavlja veza među pojmovima i svojstvima. Obzirom da se radi o operacijskoj razini koja se očituje prelaskom na simbolički prikaz, učenici su u mogućnosti izvesti standardne proceduralne zadatke, uključujući prevođenje funkcije iz zadanog prikaza u traženi.

Zadatci u testiranju:

1. Na slici je graf funkcije
 $f(x) = \log_a x + c$.
 Odredite a i c .



2. Navedite **neki** konkretan primjer logaritamske funkcije f i g čiji su grafovi prikazani na slici.



3. Kolonija bakterija udvostručuje se svakih 15 sati. Znanstvenica provodi eksperiment koji započinje sa 100 bakterija. Broj N bakterija u koloniji nakon t sati opisan je funkcijom $N(t) = 100 \cdot 2^{\frac{t}{15}}$. Za koliko će sati u koloniji biti 300 bakterija? Odredite funkciju koja opisuje broj sati t potreban da se uzgoji N bakterija.

Rezultati testiranja

Postotak riješenosti po zadacima:

1 zadatak	43.7%
2 zadatak	31.5%
3 zadatak	33.5%

Postotak učenika koji su riješili 0, 1, 2 ili 3 zadatka

Broj riješenih zadataka	Postotak učenika
0	46.3%
1	19.1%
2	18.7%
3	15.9%

Komentar i analiza

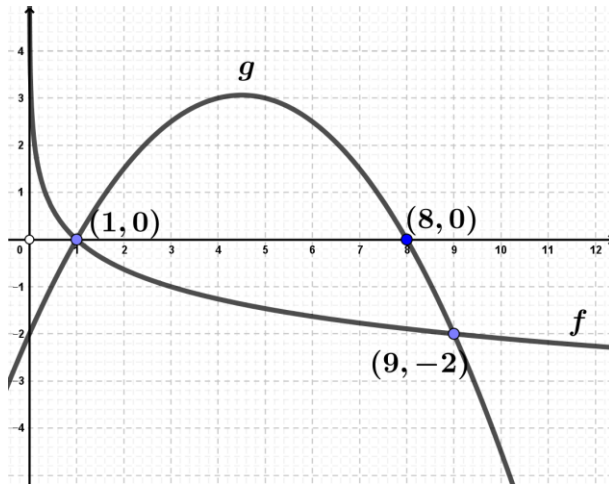
Zadatci druge razine bili su učenicima daleko teži. Na ovoj razini 65.4% učenika rješava samo jedan ili niti jedan pa smatramo da ne rješavaju zadatke druge razine, dok za 34.6% učenika smatramo da rješavaju zadatke druge razine. Čak 46.3% učenika ne rješava niti jedan zadatak ove razine.

Treća razina (manipulacijsko-generalizacijska) *Algebarsko – geometrijska razina*

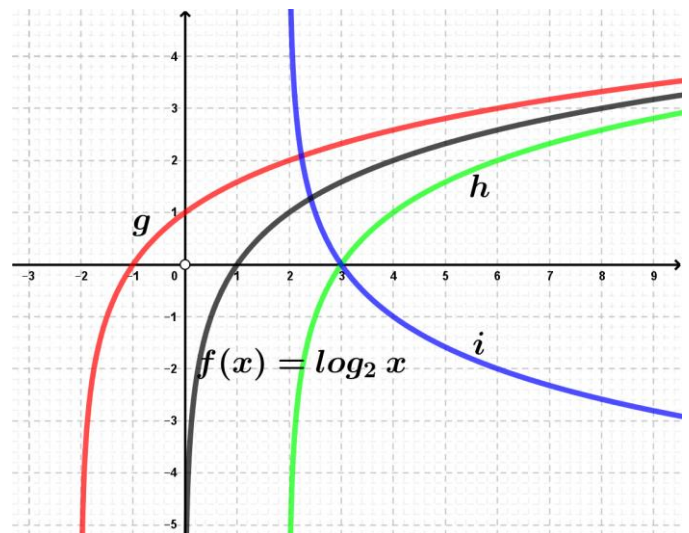
Učenici uspostavljaju vezu među svojstvima logaritamske funkcije. Promatraju logaritamsku funkciju kao objekt, radi čega su u mogućnosti uočavati i primjenjivati svojstva poput utjecaja koeficijenata na izgled grafa funkcije te transformacije grafa. Učenici koriste neformalnu dedukciju prilikom odabira i obrazlaganja koraka u procesu rješavanja matematičkog problema. U mogućnosti su izložiti smislenu definiciju funkcije i povezati je s karakterističnom logaritamskom promjenom.

Zadatci u testiranju:

1. Na slici su prikazani grafovi logaritamske i kvadratne funkcije.



- a) Riješite nejednadžbu $f(x) > g(x)$
 b) Odredite pravilo pridruživanja logaritamske funkcije.
2. Na slici su grafovi logaritamskih funkcija f , g , h , i . Poznato je $f(x) = \log_2 x$. Odredite pravila pridruživanja funkcija g , h , i te opišite kako su njihovi grafovi nastali iz grafa funkcije f .



3. U Turskoj je 1939. zabilježen potres magnitude 8 po Richteru, a 1963. u Skopju magnitude 6 po Richteru. Magnituda se računa kao $M = \log \frac{A}{A_0}$ gdje je A amplituda mjerena u trenutku potresa, a A_0 amplituda najmanjeg podrhtavanja koje se može mjeriti. Usporedite amplitude potresa u Turskoj i Skopju.

Rezultati testiranja

Postotak riješenosti po zadacima:

1 zadatak a)	12.6%
1 zadatak b)	26%
2 zadatak	12.6%
3 zadatak	26%

Postotak učenika koji su riješili 0, 1, 2 ili 3 zadatka

Broj riješenih zadataka	Postotak učenika
0	69.6%
1	19.7%
2	6.0%
3	4.7%

Komentar i analiza

89.3% učenika rješava samo jedan ili niti jedan zadatak pa smatramo da ne rješavaju zadatke treće razine, dok za samo 10.3% učenika smatramo da rješavaju zadatke treće razine. Čak 69.6% učenika ne rješava niti jedan zadatak ove razine.

Zaključni komentar

Postotci učenika koji rješavaju pojedine razine su 97.6% za prvu, 34.6% drugu i 10.3% treću razinu. Iz toga možemo reći da su učenici u domeni logaritamske funkcije u velikom postotku na prvoj razini. Napominjemo da su test rješavali učenici četvrtih razreda, bez prethodnog ponavljanja. Budući da se logaritamska funkcija obrađivala u drugom razredu ovi rezultati pokazuju i koliki je postotak trajnog znanja iz domene logaritamske funkcije. Želimo li postići drugu i treću razinu kod većeg broja učenika možemo promotriti zadatke koji su učenicima predstavljali problem. Istaknuli bismo zadatke s grafičkim prikazima za koje smatramo da bi učenici četvrtog razreda već mogli usvojiti na generalnijoj razini (neovisno o tipu funkcije). Kako primjerice druga razina pretpostavlja prelazak na simbolički prikaz što uključuje prevođenje funkcije iz zadanog prikaza u traženi predložemo što češće zadavanje funkcije različitim prikazima (ne isključivo pravilom pridruživanja).